

Matematica & Realtà

I Fase Gara di Modellizzazione - Test finale 2018-2019

Tempo massimo per lo svolgimento: 90 min

Nome Cognome

Tempo impiegato per lo svolgimento (in minuti, da trascrivere a cura del tutore di aula)

Sezione Base

Rispondere ai quesiti seguenti motivando brevemente le risposte ed aggiungendo eventualmente un commento sul risultato ottenuto.

1. Ortaggi, prezzi alle stelle causa neve

L'ISMEA* ha tracciato una "escalation" dei prezzi all'origine degli ortaggi, sia di quelli coltivati in campo che nelle serre non riscaldate, dovuta alle "temperature rigide e nevicate" che hanno interessato soprattutto il Centrosud nelle prime settimane dell'anno. Un meteo che ha provocato una "forte contrazione dell'offerta".

Nell'immagine a lato sono confrontati i prezzi (€/kg) di alcuni prodotti del gennaio 2019 con quelli del gennaio 2018.

Fonte: La Repubblica, 2 febbraio 2019

* Istituto di Servizi per il Mercato Agricolo Alimentare

Prezzi medi all'origine (euro/kg, iva esclusa, media I-IV settimana)				
	GENNAIO 2019	GENNAIO 2018		Variazioni
CAVOLFIORI	0,81	0,42		90,9%
INDIVIA	0,68	0,38		82,2%
LATTUGHE	0,87	0,53		63,3%
CARCIOFI	0,31	0,20		59,4%
FINOCCHI	0,65	0,30		116,6%
CETRIOLI SERRA	0,63	0,35		78,6%

1.1 Calcolare l'aumento relativo del prezzo di ciascun prodotto.

1.2 Per ciascun prodotto confrontare l'aumento relativo con l'aumento percentuale.

Svolgimento. Iniziamo ricordando la definizione di *variazione relativa* e *variazione (relativa) percentuale*

Assegnati due dati a e b

- la *variazione assoluta* di a rispetto a b è la differenza $a - b$

- la *variazione relativa* di a rispetto a b è il rapporto $\frac{a - b}{b}$

La *variazione relativa* è più significativa di quella assoluta perché è un dato che prescinde dalla grandezza dei valori coinvolti. Es. l'aumento di 1 €, nel passare da 10 € a 11 €, non ha lo stesso impatto che passare da 1.000 € a 1001 €. La *variazione relativa*, fa la differenza: nel primo caso è 1/10 nel secondo è 1/1000!

Significato di variazione relativa: si tratta di una *scala lineare* ove

- lo zero corrisponde al dato di riferimento ($a = b$)

- l'unità della scala corrisponde ad una variazione pari al dato di riferimento ($a - b = b \Rightarrow a = 2b$)

Nel nostro caso prendiamo come dato di riferimento, per ogni ortaggio, il prezzo di gennaio 2018. Così lo zero della scala corrisponde al prezzo invariato, mentre l'unità corrisponde al raddoppio del prezzo.

Valutiamo quindi l'aumento relativo di ciascun ortaggio adottando la relazione

$$\frac{\text{prezzo 2019} - \text{prezzo 2018}}{\text{prezzo 2018}}$$

avremo:

- aumento relativo cavolfiori $\frac{0,81 - 0,42}{0,42} \cong 0,928$ (il prezzo è quasi raddoppiato)

- aumento relativo indivia $\frac{0,68 - 0,38}{0,38} \cong 0,789$

- aumento relativo lattughe $\frac{0,87 - 0,53}{0,53} \cong 0,641$

- aumento relativo carciofi $\frac{0,31 - 0,20}{0,20} \cong 0,55$

- aumento relativo finocchi $\frac{0,65 - 0,30}{0,30} \cong 1,166$ (il prezzo è più che raddoppiato)
- aumento relativo cetrioli $\frac{0,63 - 0,35}{0,35} \cong 0,8$

Come mostra anche questo esempio, le variazioni relative sono frequentemente espresse da numeri decimali di non facile comprensione per il cittadino. Si ricorre allora alla variazione relativa percentuale.

Significato di variazione relativa percentuale: è il riscaldamento in scala centesimale della scala della variazione

relativa, ovvero $\frac{a-b}{b} \cdot 100$.

Riportiamo gli aumenti relativi che abbiamo appena calcolato in una tabella, affiancandoli con i corrispondenti dati percentuali

ortaggio	aumento relativo	aumento percentuale
cavolfiori	0,928	92,8
indivia	0,789	78,9
lattughe	0,641	64,1
carciofi	0,55	55
finocchi	1,166	116,6
cetrioli serra	0,8	80

COMMENTO: Come mostra la nostra tabella tutti i valori percentuali, ad eccezione del quinto, differiscono da quelli del giornale! In particolare l'aumento dei carciofi differisce di oltre quattro punti percentuali.

Questo non deve meravigliare, perché è un evento che si riscontra di frequente. Per cui è fondamentale che i lettori adottino un atteggiamento *critico* utilizzando le loro competenze matematiche.

2. Cina regina

Qual è il primo cognome tra i neonati milanesi? Fumagalli? Brambilla? Macché: è Hu. Già perché i cinesi sono una comunità giovane e molto attiva. I primi cinesi ad arrivare in Italia furono cinque, sbarcarono a Napoli nel 1724 assieme a un missionario: volevano imparare il cristianesimo per poi tornare ad evangelizzare. Negli ultimi venti anni invece i cinesi d'Italia, regolarmente soggiornanti, sono passati da 32mila cittadini a 319mila. Oggi il 55% risiede nel settentrione: il 22,4 in Lombardia, il 21 in Toscana. Con due punti nevralgici: zona Sarpi a Milano e Prato, area di conerie, manifattura e integrazione produttiva ormai pienamente realizzata. Fonte: D 2 febbraio 2019



Tenuto conto dei dati a lato, completare la tabella seguente

	Italia	Lombardia	Toscana
Popolazione (milioni)	66,66	10	3,8
Superficie (migliaia km ²)	302	24	23

	Italia	Lombardia	Toscana
Flusso migratorio (popolazione cinese /superficie) <i>persone / km²</i>	1,056	3,573	2,913
Densità percentuale della popolazione cinese	0,48 %	0,71%	1,76%

Svolgimento. Dal testo si evince che i cinesi in Italia sono 319.000, di cui il 22,4% risiede in Lombardia, il 21% in Toscana. Possiamo quindi facilmente calcolare la popolazione cinese in Lombardia e Toscana:

- popolazione Lombardia $\frac{22,4}{100} \cdot 319.000 = 71.456$
- popolazione Toscana $\frac{21}{100} \cdot 319.000 \cong 66.990$

Popolazione cinese in Italia		
Totale	Lombardia	Toscana
319.000	71.456	66.990

Sulla base di questi dati e di quelli della tabella, possiamo valutare:

- flusso migratorio Italia $\frac{\text{popolazione cinese}}{\text{superficie}} = \frac{319.000}{302.000} \cong 1,056 \text{ persone / km}^2$
- flusso migratorio Lombardia $\frac{\text{popolazione cinese}}{\text{superficie}} = \frac{71.456}{24.000} \cong 3,573 \text{ persone / km}^2$
- flusso migratorio Toscana $\frac{\text{popolazione cinese}}{\text{superficie}} = \frac{66.990}{23.000} \cong 2,913 \text{ persone / km}^2$

Per ottenere la densità % della popolazione cinese, adottiamo la proporzione

$$\text{popolazione cinese} : \text{popolazione totale} = x : 100 \Rightarrow x = \frac{\text{popolazione cinese}}{\text{popolazione totale}} \cdot 100$$

da cui

- densità % popolazione cinese Italia $x = \frac{319.000}{66.660.000} \cdot 100 \cong 0,48\%$
- densità % popolazione cinese Lombardia $x = \frac{71.456}{10.000.000} \cdot 100 \cong 0,71\%$
- densità % popolazione cinese Toscana $x = \frac{66.990}{3.800.000} \cdot 100 \cong 1,76\%$

COMMENTO: dai dati si evince che il maggior flusso migratorio è quello verso la Lombardia, che è oltre il triplo della media nazionale, mentre la densità maggiore è in Toscana, oltre il triplo della media nazionale.

Osserviamo che le due Regioni hanno una superficie confrontabile, ma una densità di popolazione molto diversa.

3. Yogurt alla frutta

Una ditta distributrice di yogurt alla frutta propone una vaschetta con due scomparti, uno per lo yogurt (bianco) e uno per la frutta; così che la miscelazione possa avvenire solo al momento della consumazione. Assumiamo, per semplicità, che la confezione abbia la forma di prisma a base quadrata di dimensioni interne lato 7 cm, altezza 4 cm e che la separazione delle due vaschette avvenga mediante una sezione parallela alla diagonale di base (vedi immagine a lato).



Determinare la posizione della sezione trasversale che separa le due vaschette, compatibile con il contenuto della confezione.

N.B. Si tenga presente che a causa dei bordi arrotondati, si perde il 10% della capacità. Il peso specifico dello yogurt è circa 1,1.

Svolgimento.

Capacità totale della vaschetta: $C = 0,9 \cdot V = 0,9(7 \cdot 7 \cdot 4) = 176,4 \text{ cm}^3$

Dividiamo la vaschetta in due mediate una sezione trasversale parallela alla diagonale di base CB .

Posto $\overline{AP} = x \text{ cm}$ risulta:

- capacità della vaschetta riservata alla frutta

$$C_{frutta} = 0,9 \cdot V_{frutta} = 0,9 \left(\frac{x^2}{2} \cdot 4 \right) = 1,8x^2 \text{ cm}^3$$

- capacità della vaschetta riservata allo yogurt

$$C_{yogurt} = V_{yogurt} = (176,4 - 1,8x^2) \text{ cm}^3$$

Tenuto conto della densità dello yogurt, la capacità C_{yogurt} necessaria è $\frac{115}{1,1} = 104,5 \text{ cm}^3$.

Si perviene pertanto all'equazione quadratica

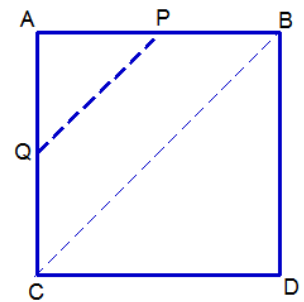
$$176,4 - 1,8x^2 = 104,5 \Rightarrow 1,8x^2 = 71,9$$

la cui soluzione "accettabile" è

$$x = \sqrt{\frac{71,9}{1,8}} \cong 6,32 \text{ cm}$$

Di conseguenza si ha

$$\overline{AP} = \overline{AQ} \cong 6,32 \text{ cm} \quad \overline{PB} = \overline{QC} \cong 0,68 \text{ cm}$$



COMMENTO M&R: in realtà la vaschetta Müller presenta lo spazio riservato alla frutta vistosamente più piccolo dello spazio yogurt, in quanto fra le due vaschette c'è un certo spazio di separazione (vedi immagine).

GRIGLIA DI VALUTAZIONE	Punteggio max.	
1. Ortaggi, prezzi alle stelle causa neve	risposta	4
	motivazioni	2
	commento	2
2. Cina regina	risposta	4
	motivazioni	4
	commento	2
3. Yogurt alla frutta	risposta	2
	motivazioni	8
	commento	2
TOTALE		30

N.B. Poiché la valutazione degli elaborati è finalizzata anche alla selezione dei finalisti, chiediamo di evitare valutazioni ex-equo, utilizzando tutte le voci della griglia e, se necessario, ricorrendo a frazioni di punto, tenendo conto del tempo impiegato.

Estratto dal bando di gara “Sono ammessi alla fase finale, in via provvisoria, i primi classificati nella misura massima del 15% dei presenti alla semifinale di ciascuna unità (autonoma) per quella sezione. Il numero degli ammessi è calcolato arrotondando la quota percentuale all’intero inferiore se la parte decimale non supera 0.5, all’intero superiore se la parte decimale supera 0.5 La Commissione, fatto salvo eventuali verifiche delle graduatorie provvisorie, pubblica sul sito M&R la graduatoria definitiva degli ammessi alla fase finale. Essendo una gara individuale basata sul merito non è ammesso lo scorrimento nella graduatoria di merito”.